**Modelli decisionali nell’ambito della gestione delle risorse idriche**

Valutazione preliminare del problema

* E’ necessario individuare tutti i soggetti coinvolti nel processo decisionale nonché tutte le implicazioni che possono derivare dalla gestione della risorsa.

L’approccio classico e tradizionale per l’individuazione della decisione ottimale nell’ambito della Gestione delle Risorse idriche si basa sull’utilizzo di modelli decisionali rappresentati da funzioni analitiche che quantificano un assegnato obiettivo. Nella pratica tradizionale è prassi usuale quantificare i costi, i benefici ed i tempi connessi a ciascuna strategia di gestione, per poi mettere a punto una funzione beneficio che quantifica il ritorno economico connesso ad una generica decisione.

Definizioni

* Variabile decisionale *xi*
  + Associazione da una determinata scelta all’asse dei numeri reali od interi, in modo da tradurre numericamente il significato di una decisione. Una decisione può prevedere una o più variabili decisionali. Esempi di variabili decisionali: la capacità di un serbatoio in corso di progettazione, oppure la quantità di risorsa idrica da allocare per uno specifico utilizzo. Anche l’altezza di un’arginatura oppure la capacità di un serbatoio di utilizzo esclusivo per il controllo delle piene.
  + Piano decisionale X: il vettore contenente le variabili decisionali.
* Funzione beneficio *NB*(X)
  + Porge il valore del beneficio economico associato al piano decisionale X, al netto di eventuali costi.
* Funzione vincolo *g*(X)
  + Pone limitazioni al valore assunto dalle variabili decisionali attraverso una condizione del tipo *g*(X)  *b*. I vincoli possono essere di natura tecnologica (individuazione della regione di fattibilità tecnologica) o di altra natura.

**Identificazione della decisione ottimale tramite massimizzazione della funzione beneficio**

Identificazione delle variabili *xi* contenute nel vettore X che massimizzano il beneficio netto NB(X), soddisfacendo al vincolo *g*(X) ≥ ≤ *b* (i vincoli possono essere multipli).

Definizione del piano di gestione:

max *NB*(X)

*g*(X) ≥ ≤ *b*

* ricerca dell’ottimo per via analitica (moltiplicatori di Lagrange);
* ricerca dell’ottimo con simulazione guidata (programmazione lineare, programmazione dinamica, altri algoritmi di minimizzazione);
* ricerca dell’ottimo con simulazione casuale (esplorazione di tutto lo spazio P).

**Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange**

Si basa sulla individuazione con metodi analitici dell’ottimo della funzione obiettivo. In assenza di vincoli, il metodo è relativamente semplice e si realizza annullando le derivate parziali della funzione beneficio rispetto a ciascuna variabile decisionale. Si ottiene un sistema composto da equazioni in numero pari alle incognite (variabili decisionali).

 , *i* = 1, *n* , dove *n* è il numero delle variabili decisionali.

Nel caso in cui sia presente una funzione vincolo, occorre tenerne conto modificando la funzione obiettivo. Questa, infatti, non può concedere meramente con il beneficio economico, che potrebbe condurre ad identificare soluzioni che non rispettano il vincolo. E’ pertanto necessario rifarsi ad una funzione obiettivo che escluda le soluzioni che non rispettano il vincolo. Ciò si può materialmente realizzare introducendo una sorta di penalità qualora il vincolo non sia soddisfatto. Tale soluzione operativa si realizza implementando il cosiddetto metodo dei *Moltiplicatori di Lagrange*.

Si supponga che la funzione di vincolo si estrinsechi mediante una eguaglianza stretta, del tipo *g*(X) = *b*. La funzione obiettivo in accordo al metodo dei Moltiplicatori di Lagrange si scrive nella forma

,

dove  è un numero reale denominato “moltiplicatore”, il quale permette di tarare la penalità applicata alla funzione beneficio qualora la funzione vincolo non sia soddisfatta. L’ottimizzazione di detta funzione obiettivo si realizza annullando le derivate parziali della funzione obiettivo rispetto alle variabili decisionali e rispetto al moltiplicatore .





L’utilizzo pratico del metodo dei moltiplicatori di Lagrange potrà essere meglio compreso introducendo un esempio di applicazione.

Si supponga di essere chiamati a determinare l’allocazione idrica ottimale a 3 utilizzatori che devono suddividersi una portata idrica totale (volume idrico totale disponibile per unità di tempo) indicata con il simbolo *Q*. La funzione beneficio che compete a ciascun utilizzatore è espressa dalla relazione



sicchè il beneficio totale che compete ai 3 utilizzatori si scrive

 .

La ricerca della decisione ottimale si può quindi scrivere nella forma



soggetta ai vincoli



 .

Si noti che la funzione obiettivo è data dalla somma di funzioni convesse. Ne consegue che pure la funzione somma è convessa, condizione dalla quale discende che esiste un solo valore massimo che funge quindi quale massimo globale.

La funzione Lagrangiano si scrive nella forma

 .

Facendo le derivate parziali rispetto ad *xi* e  si ottiene



L’ultima equazione altro non è che l’equazione di continuità, ovvero l’equazione vincolo in precedenza imposta. Tale evidenza conferma che il metodo dei Moltiplicatori di Lagrange implica il rispetto dei vincoli imposti.

Esplicitando dalle prime 3 equazioni i valori di *xi* si ottiene



e sostituendo nella quarta equazione, ovvero,

,

si ottiene



con

 .

Una volta individuata la soluzione, è necessario verificare il valore della funzione obiettivo nei contorni del campo dei valori ammissibili per le variabili. Infatti, il metodo dei Moltiplicatori di Lagrange, essendo una procedura analitica, porge esclusivamente i valori ottimi della funzione in esame dal punto di vista analitico, ovvero identifica esclusivamente i punti nei quali le derivate parziali si annullano. Tale procedura non consente quindi di identificare punti di ottimo che potrebbero trovarsi in corrispondenza dei limiti del campo di definizione delle variabili, nei quali le derivate parziali non si annullano poiché la funzione analitica non presenta un punto di ottimo.

Il Metodo dei Moltiplicatori di Lagrange presenta il vantaggio rilevante di consentire una soluzione analitica, quindi veloce ed esatta. Tuttavia non sempre la funzione obiettivo è derivabile con facilità e non sempre il sistema risultante è risolvibile analiticamente.

# Significato fisico del moltiplicatore 

Derivando la funzione Lagrangiano rispetto alla variabile *xi* e moltiplicando per l’incremento infinitesimo *dxi* si ottiene:



Il primo termine a primo membro rappresenta il differenziale totale di *NB*(X). Il secondo termine si può scrivere nella forma



Si ottiene quindi





In pratica, il moltiplicatore  assume valore tale per cui, in corrispondenza dell’ottimo, un incremento infinitesimo di portata idrica disponibile indurrebbe un incremento di beneficio pari esattamente alla penalità introdotta nel Lagrangiano in caso di violazione del vincolo. Tale evidenza porge un ulteriore conferma della fondatezza del metodo dei Moltiplicatori di Lagrange. Se  = 0 significa che il vincolo è ridondante.

### Vincoli di disuguaglianza





Differenziando il Lagrangiano:



Si ottiene:



Cioè *s* = 0 oppure  = 0.

Se  = 0 il vincolo è ridondante.

Se *s* = 0 il vincolo esercita un reale effetto sulla funzione obiettivo.

La soluzione richiede che si proceda per tentativi, ponendo uguale a    oppure *s* = 0.

La procedura diviene complessa e fa sì che il metodo dei moltiplicatori di Lagrange sia raramente usato per risolvere questo tipo di problemi.

# Esercizio

Massimizzare:

NB(X) = (12 x1 – x12) + (8 x2 – x22) + (18 x3 – 3 x32)

Trovare i valori ottimali di x1, x2, x3 nell’ipotesi che essi non siano soggetti ad alcun vincolo, nell’ipotesi che la loro somma sia uguale a 10 e nell’ipotesi che la loro somma non possa essere superiore a 20.

1)

L(X) = (12x1 – x12) + (8x2 – x22) + (18x3 – 3x32)



x1 = 6

x2 = 4

x3 = 3

2)

L(X,) = (12x1 – x12) + (8x2 – x22) + (18x3 –+ 3x32) – (x1 + x2 + x3 – 10)







3)

L(X,) = (12 x1 – x12) + (8 x2 – x22) + (18 x3 –   
+3 x32) – (x1 + x2 + x3 – 20 + b2)



 = 0 ⇒ vincolo ridondante (soluzione di cui al punto 1; b2 = 7)

b = 0 ⇒ la relazione diviene un’eguaglianza





Beneficio per la soluzione 1:

Q1 = 6

Q2 = 4

Q3 = 3

L(X) = (12Q1 – Q12) + (8Q2 – Q22) + (18Q3 – 3Q32)

L(X) = (72 – 36) + (32 – 16) + (54 – 27) = 79

Beneficio per la soluzione 2:



L(X) = (12x1 – x12) + (8x2 – x22) + (18x3 – 3x32)

L(X) = (108 – 144) + (56 – 49) + (72 – 48) = – 5

# *Pianificazione delle risorse idriche in presenza di incertezza*

Nell’ambito della gestione delle risorse idriche l’incertezza è sempre presente.

Questo perché le variabili utilizzate alla base del processo decisionale sono sempre incerte

Si tratta infatti di variabili di tipo meteoclimatico ed idrologico. E’ noto come i processi fisici che governano la dinamica di dette variabili non siano completamente noti

E’ indispensabile valutare gli effetti indotti dall’incertezza

Oggigiorno non è più pensabile non fornire una stima dell’attendibilità delle variabili di progetto

***Pianificazione delle risorse idriche  
 in presenza di incertezza***

***Possibili approcci***

L’approccio più classico è quello di utilizzare i valori attesi delle variabili soggette ad incertezza.

Esempio: pianificazione della politica operativa di un serbatoio utilizzando i valori medi dei deflussi mensili

La decisione presa produrrà gli effetti stimati solamente in media

Un altro approccio possibile è quello di utilizzare i valori delle variabili incerte che prospettano la soluzione più sfavorevole

Tale approccio è a favore di sicurezza ma si traduce in perdita di beneficio, che può anche essere consistente.

L’errore commesso nella valutazione della politica di gestione utilizzando valori attesi o valori più sfavorevoli delle variabili incerte si accresce all’aumentare della variabilità di queste ultime.

In taluni casi, caratterizzati da ampia variabilità e influenza significativa delle variabili incerte sul processo decisionale, si può pervenire a risultati privi di senso.

Necessità di considerare adeguatamente le conseguenze della presenza di incertezza

# *Pianificazione delle risorse idriche in presenza di incertezza*

# *Analisi di sensitività*

L’analisi di sensitività permette in soluzione semplice di verificare l’effetto dell’incertezza sulla decisione

Una volta messo in luce il danno che l’incertezza può arrecare, si potrà decidere se è conveniente adottare contromisure per ridurre l’incertezza (costi delle campagna di misura addizionali, per esempio)

Esempio semplice: supponiamo di dover risolvere il problema di determinare l’allocazione ottimale ad un utilizzatore. La variabile decisionale è una sola, che conduce alla funzione beneficio:



(x interi). Per a = 15, b = 0.3, c = 8, d = 0.7, la funzione assume questo aspetto:



Tale funzione beneficio dipende avviamente dai valori dei parametri a, b, c e d. Per chiarezza riscriviamola esplicitando la dipendenza dai parametri:



dove W = (a,b,c,d)

Il massimo beneficio, NB(x|W) = 44.37 si ottiene per x = 38.

L’analisi di sensitività si effettua verificando l’effetto che una scelta non corretta dei parametri induce sul beneficio e sulla decisione presa (valore ottimale di x).

# *Analisi di sensitività*

Si perturbano i valori dei parametri di una percentuale assegnata e si calcola il nuovo beneficio e il nuovo valore ottimale di x.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Caso | Parametro perturbato | *x* ottimale | *NB*(*x*|*W*) |
| 1 | Nessuno | 38 | 44.37 |
| 2 | 1.25 *a* | 41 | 58.78 |
| 3 | 0.75 *a* | 34 | 30.23 |
| 4 | 1.25 *b* | 32 | 46.24 |
| 5 | 0.75 *b* | 46 | 41.61 |
| 6 | 1.25 *c* | 35 | 41.29 |
| 7 | 0.75 *c* | 42 | 47.65 |
| 8 | 1.25 *d* | 26 | 35.20 |
| 9 | 0.75 *d* | 51 | 51.10 |

L’analisi effettuata è semplice e chiarisce che i parametri dei quali conviene maggiormente ridurre l’incertezza. In particolare chiarisce quali parametri maggiormente influiscono sia sulla scelta, sia sul beneficio.

Tuttavia l’analisi non chiarisce qual è il mancato beneficio di una decisione errata, poiché nella tabella viene evidenziato il beneficio conseguente ad una decisione errata calcolato con parametri errati e non il mancato beneficio conseguente ad una decisione errata calcolato con i parametri corretti.

Per quantificare il mancato beneficio di una decisione errata occorre calcolare il beneficio conseguente a tale decisione, stimato però con i parametri corretti.

Indichiamo con:

NB(x\*,W) massimo beneficio conseguente alla decisione ottimale, calcolato con parametri corretti

NB(x’,W’) Beneficio conseguente alla decisione errata, calcolati con parametri errati

NB(x’,W) Beneficio conseguente alla decisione errata, calcolati con parametri corretti

E’ allora possibile integrare la tabella precedente

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Caso | Parametro perturbato | *x* ottimale | *NB*(*x’*|*W’*) | *NB*(*x’*|*W*) |
| 1 | Nessuno | 38 | 44.37 [*NB*(*x\**,*W*)] | 44.37 |
| 2 | 1.25 *a* | 41 | 58.78 | 44.28 |
| 3 | 0.75 *a* | 34 | 30.23 | 44.24 |
| 4 | 1.25 *b* | 32 | 46.24 | 44.05 |
| 5 | 0.75 *b* | 46 | 41.61 | 43.90 |
| 6 | 1.25 *c* | 35 | 41.29 | 44.31 |
| 7 | 0.75 *c* | 42 | 47.65 | 44.23 |
| 8 | 1.25 *d* | 26 | 35.20 | 42.72 |
| 9 | 0.75 *d* | 51 | 51.10 | 43.41 |

E’ possibile ora definire 3 indici che possono sintetizzare i risultati raggiunti:

Perdita di efficienza economica



(Sempre positivo) Sintetizza la perdita di beneficio che si verifica a seguito di una valutazione incerta dei parametri. E’ importante per quantificare il danno economico causato dall’incertezza.

Errore di stima del beneficio massimo



(Positivo o negativo) Sintetizza l’errore sul calcolo del beneficio massimo che si verifica a seguito di una valutazione incerta dei parametri.

Errore di stima del beneficio effettivo



(Positivo o negativo) Sintetizza l’errore sul calcolo del beneficio che effettivamente sarà ricavato causato dall’incertezza.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Caso | Parametro perturbato | *NB*(*x’*|*W’*) | *NB*(*x’*|*W*) | PEE | ENB | ENB’ |
| 1 | Nessuno | 44.37 [*NB*(*x\**,*W*)] | 44.37 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1.25 *a* | 58.78 | 44.28 | 0.20 | -32.48 | -32.68 |
| 3 | 0.75 *a* | 30.23 | 44.24 | 0.29 | 31.86 | 31.57 |
| 4 | 1.25 *b* | 46.24 | 44.05 | 0.72 | -4.21 | -4.93 |
| 5 | 0.75 *b* | 41.61 | 43.90 | 1.06 | 6.22 | 5.16 |
| 6 | 1.25 *c* | 41.29 | 44.31 | 0.13 | 6.94 | 6.80 |
| 7 | 0.75 *c* | 47.65 | 44.23 | 0.31 | -7.39 | -7.71 |
| 8 | 1.25 *d* | 35.20 | 44.72 | -0.78 | 20.66 | 21.45 |
| 9 | 0.75 *d* | 51.10 | 43.41 | 2.16 | 15.17 | 17.33 |

E’ importante notare che si può verificare una piccola perdita economica anche per decisioni molto diverse da quella ottimale

Le analisi finora svolte non ci dicono quale decisione è meglio prendere in presenza di incertezza

# *Processi decisionali in presenza di incertezza*

In presenza di incertezza non sempre è consigliabile prendere la decisione ottima

Acquistano particolare valenza le decisioni “robuste”

In primo luogo occorre considerare che nel processo decisionale vi possono essere soluzioni competitive che non coincidono con l’ottimo del beneficio

***Matrice del beneficio netto***

Supponiamo ancora la funzione obiettivo:



i cui parametri possono assumere il seguente set di valori con eguale probabilità:

a b c d

W1 = (120, 0.08, 1.0, 1.0)

W2 = (100, 0.08, 1.0, 0.8)

W3 = ( 80, 0.08, 1.0, 0.7)

****

***Matrice del beneficio netto***

Costruiamo la seguente matrice:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *NB*(*x*) | | |  |  |
| Decisioni  ottime (x) | *W*1 | *W*2 | *W*3 | Media benefici | Minimo benefici |
| 1 (28) | 79.22 | 74.97 | 61.18 | 71.79 | 61.18 |
| 2 (38) | 76.26 | 76.85 | 63.41 | 72.17 | 63.41 |
| 3 (42) | 73.83 | 76.63 | 63.53 | 71.33 | 63.53 |
| 4 (30) | 79.11 | 75.73 | 61.93 | 72.26 | 61.93 |

Nella cella di coordinate (i,j) sta il beneficio ricavato per decisione i e parametro j. Le prime 3 colonne rappresentano la decisione ottima per ognuno dei set prescelti.

La quarta decisione è invece scelta senza criterio definito

Si nota che le diverse decisioni hanno un diverso effetto sulla media del beneficio e sul beneficio minimo.

A seconda del criterio decisionale opportuno, può essere consigliabile prendere decisioni diverse.

# *Decisione dominante*

Collochiamoci nella situazione generale caratterizzata da un piano decisionale composto da più di una variabile decisionale. Il vettore dei parametri della funzione beneficio, incerto, si indica con W.

Un piano decisionale P si dice dominato da un altro piano decisionale P’ se per ogni W si ha:

NB(P|W) ≤ NB(P’|W)

e per qualche W’ si ha:

NB(P|W’) < NB(P’|W’)

# *Criterio di ricerca del “massimo del minimo”*

La decisione più opportuna è quella che soddisfa la condizione:



In tutti questi casi si è assunto che i vettori dei parametri fossero egualmente probabili

E’ teoricamente possibile assegnare probabilità ai vettori dei parametri

Il criterio del massimo del minimo e il criterio del massimo beneficio medio sono imperfetti

Il max del beneficio medio ignora che vi può essere una avversione verso il rischio di benefici ridotti

Il max del min ignora che vi possono essere predilezioni per alti benefici

Abbiamo la necessità di incorporare preferenze o avversioni verso particolari tipi di rischio nel processo decisionale

# *Teoria dell’utilità*

Paradosso del giocatore d’azzardo:

supponiamo che un giocatore d’azzardo voglia massimizzare il valore atteso della sua vincita, in un gioco nel quale in caso di vittoria si raddoppia la somma puntata, mentre in caso di sconfitta la si perde interamente.

Supponiamo che per ogni puntata la probabilità di vincere sia pari al 60%.

La vincita attesa, nel caso in cui B euro siano puntate, è:

0.40 x 0 + 0.60 x 2B = 1.20B

la quale chiaramente è crescente per B crescenti.

Supponiamo che il giocatore abbia a disposizione D euro e che abbia una prospettiva di 10 puntate: il valore atteso della vincita R è:

E(R) = 1.2010 D = 6.19 D

ma la probabilità di ottenere tale vincita è:

P(R) = 0.610 = 0.006 = 6 per mille!!!

Quando le conseguenze di un fallimento sono gravi, la ricerca del massimo del valore atteso non è un adeguato parametro decisionale.

D’altronde, la ricerca del massimo del minimo avrebbe consigliato di non scommettere nulla. Il che non sarebbe in questo caso molto razionale, poiché le condizioni per scommettere sono favorevoli.

# *Teoria dell’utilità*

Consideriamo di nuovo la matrice del beneficio netto ricavata nell’esempio precedente, e ricordiamo che ognuno dei 3 set di parametri si può verificare con eguale probabilità.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *NB*(*x*) | | |  |  |
| Decisioni  ottime (x) | *W*1 | *W*2 | *W*3 | Media benefici | Minimo benefici |
| 1 (28) | 79.22 | 74.97 | 61.18 | 71.79 | 61.18 |
| 2 (38) | 76.26 | 76.85 | 63.41 | 72.17 | 63.41 |
| 3 (42) | 73.83 | 76.63 | 63.53 | 71.33 | 63.53 |
| 4 (30) | 79.11 | 75.73 | 61.93 | 72.26 | 61.93 |

Nella cella di coordinate (i,j) sta il beneficio ricavato per decisione i e parametro j. Le prime 3 righe rappresentano la decisione ottima per ognuno dei set prescelti.

Nella tabella assegnata, il beneficio risulta variabile da 79.22 (beneficio massimo possibile) a 61.18 (beneficio minimo possibile). In nessun caso si potrà verificare un beneficio maggiore di 79.22. In nessun caso si potrà verificare un beneficio inferiore a 61.18.

Supponiamo di formulare ad un ipotetico utilizzatore la richiesta di assegnare ad ogni beneficio possibile un gradimento relativo, variabile fra 0 e 1.

# *Teoria dell’utilità*

# *Assioma fondamentale*

Il gradimento deve essere definito nel seguente modo:

Denotiamo con:

- evento 1: quello corrispondente al beneficio assegna-to NB\*

- evento 2: quello corrispondente al beneficio max NBmax

- evento 3: quello corrispondente al beneficio max NBmin

Supponiamo ora che l’evento 1 sia certo, mentre l’evento 2 si verifica con probabilita p (0 ≤ p ≤ 1).

Esiste un valore di p tale per cui l’utilizzatore si trova indifferente rispetto alla scelta fra:

- evento 1 certo

- evento 2 con probabilità p, contestualmente all’evento 3 con probabilità (1 - P).

Tale valore di p è pari all’utilità del beneficio NB\*

Ne consegue che:

U(evento 2) = 1

U(evento 3) = 0

Inoltre, al crescere del beneficio crescerà anche l’utilità, cioè



Supponiamo ora di stabilire le utilità da associare ai benefici ricavati nell’esempio precedente. Tali utilità possono essere ad esempio stimate mediante interviste agli utilizzatori:

NB (x) U(NB(x))

61.18 0.00

61.93 0.05

63.41 0.10

63.53 0.15

71.33 0.20

71.79 0.30

72.17 0.40

72.26 0.50

73.83 0.55

74.97 0.60

75.73 0.70

76.26 0.80

76.63 0.85

76.85 0.90

79.11 0.95

79.22 1.00

In generale la funzione utilità potrebbe essere interpolata con una funzione analitica.

Consideriamo ora di prendere la decisione x1=28

Potremo in tal caso avere:

NB(28) = 79.22 con probabilità 1/3 → U = 1.00

NB(28) = 74.97 con probabilità 1/3 → U = 0.60

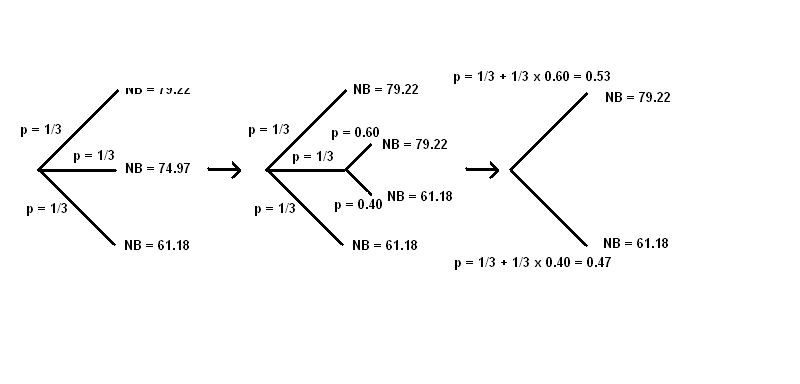
NB(28) = 61.18 con probabilità 1/3 → U = 0.00

Quindi avremo 1/3 di probabilità di avere U = 1, 1/3 di probabilità di avere U = 0.60 e infine 1/3 di probabilità di avere U = 0.

Ne discende che il valore atteso di U è pari a:

1/3 x 1.00 + 1/3 x 0.60 + 1/3 x 0.00 = 0.53.

Ne discende in definitiva che l’utilizzatore è indifferente rispetto alla scelta fra la decisione *x*1 e una ipotetica decisione che porge il beneficio massimo NBmax con probabilità 0.53.



Ripetendo l’operazione per tutte le righe della Tabella:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *NB*(*x*) | | |  |
| Decisioni  ottime (x) | *W*1 | *W*2 | *W*3 | E(U) |
| 1 (28) | 79.22 | 74.97 | 61.18 | 0.53 |
| 2 (38) | 76.26 | 76.85 | 63.41 | 0.50 |
| 3 (42) | 73.83 | 76.63 | 63.53 | 0.52 |
| 4 (30) | 79.11 | 75.73 | 61.93 | 0.57 |

Il criterio di ordinamento è diverso da quello ottenuto con la ricerca del massimo del valore atteso, oppure il massimo del minimo.

L’ordinamento dipende dalla forma della funzione di utilità

Questa può variare, in dipendenza di particolari circostanze, avversione verso il rischio, etc.

# *Teoria dell’utilità*

# *Pregi*

Può incorporare inclinazioni o avversioni verso il rischio, mediante la definizione della funzione di utilità.

Il giudizio diviene più soggettivo.

Le preferenze espresse sono trasparenti e possono essere spunto di discussione.

# *Teoria dell’utilità*

# *Difetti*

La definizione della funzione di utilità può essere problematica.

E’ difficile esprimere la propria avversione od inclinazione al rischio.

L’espressione di probabilità di eventi poco realistici può essere poco attendibile.

L’espressione della funzione di utilità, nell’ambito di problemi complessi e dai risvolti sociali rilevanti, non può essere fatta dal solo decisore.

Il decisore può essere oggetto di critiche.