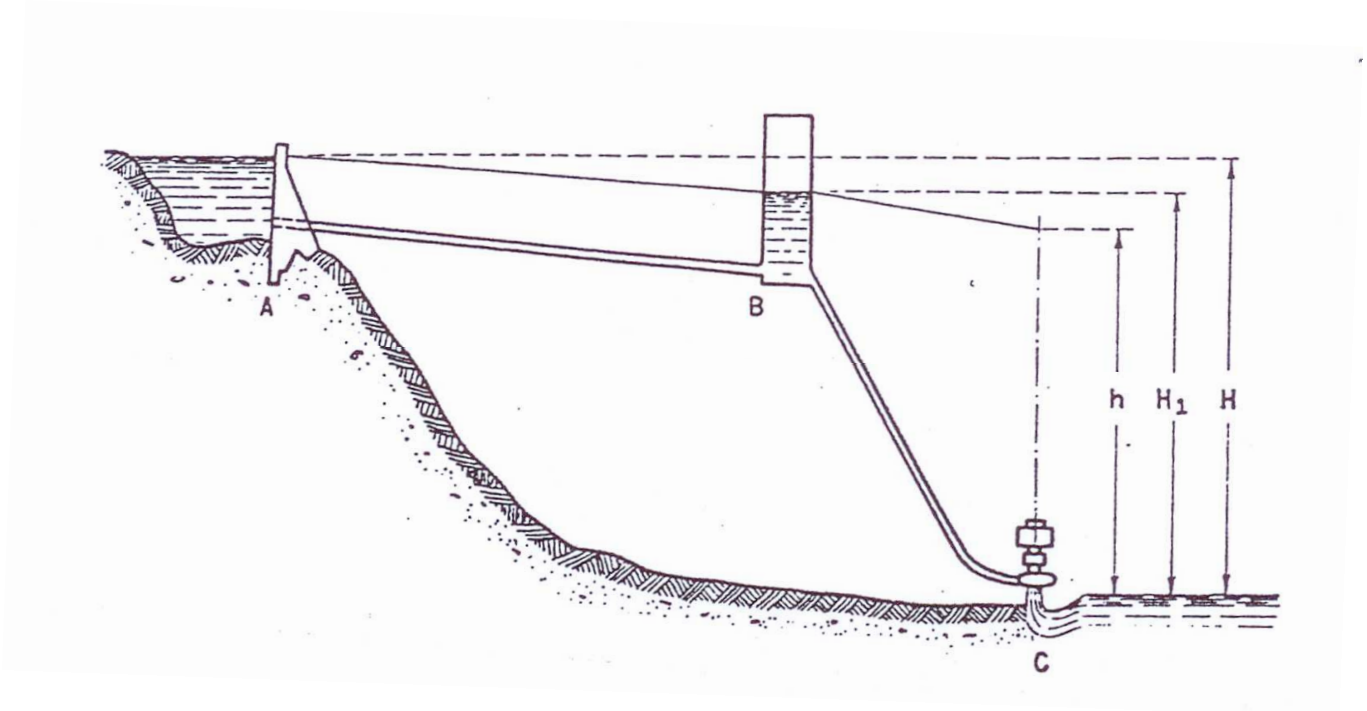
DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Moto vario delle correnti in pressione

- Impianti di sollevamento
- Impianti per la produzione di forza motrice.

Gli impianti con derivazione in pressione sono schematizzabili come in figura: serbatoio con rilevante capacità, galleria in pressione con modesta pendenza, condotta forzata (di norma realizzata con tubazioni metalliche) che, con tracciato il più breve possibile, alimenta le turbine.

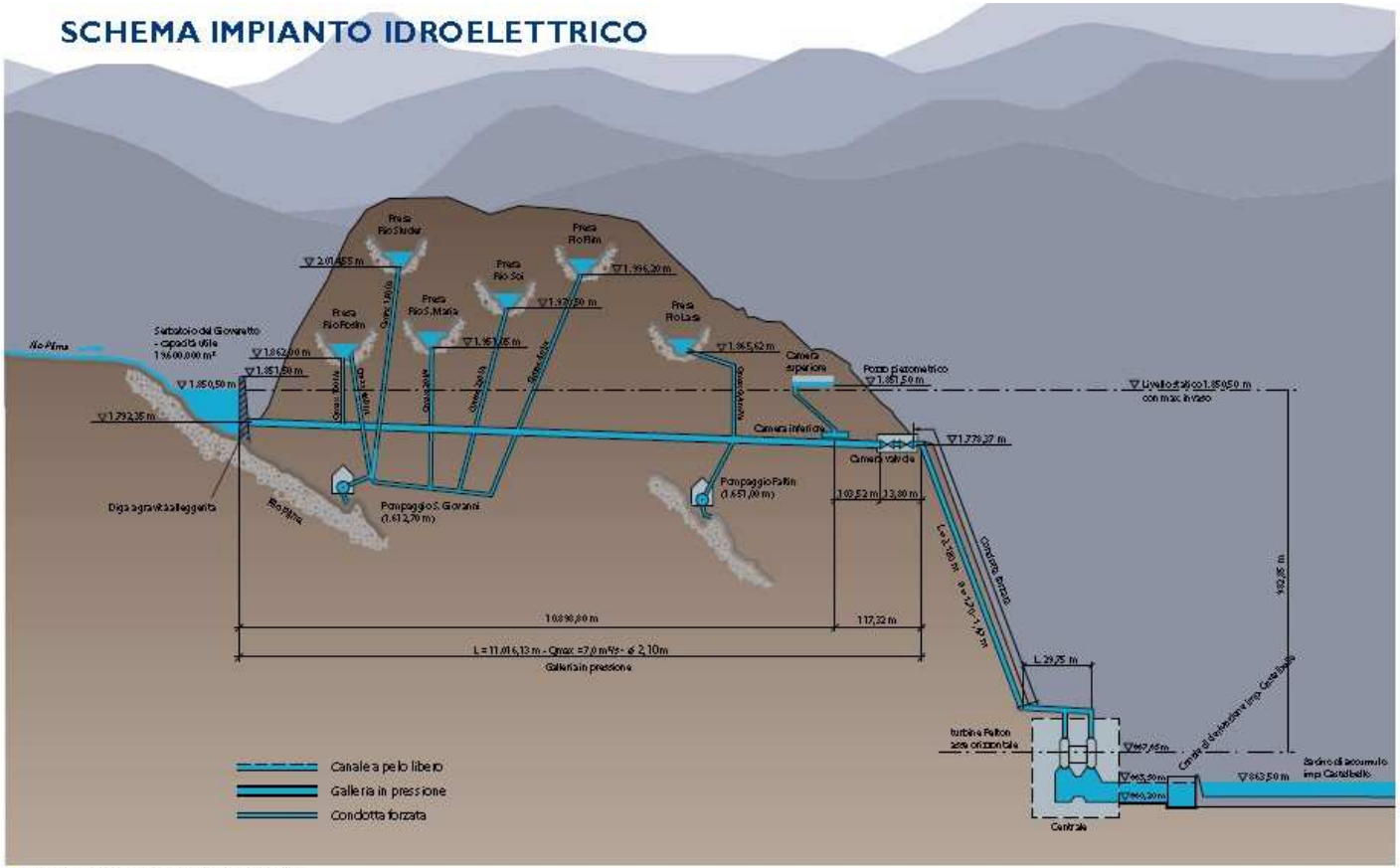


Moto vario delle correnti in pressione

- L'andamento altimetrico proprio della galleria in pressione fa si che essa sia sottoposta a pressioni relativamente modeste che permettono di realizzare una struttura di costo non eccessivo, cosicché si cerca di superare con questa opera la maggior parte della distanza fra serbatoio e macchine. La galleria in pressione può raggiungere uno sviluppo di diversi chilometri.
- La condotta forzata invece deve superare la maggior parte del salto nella minore lunghezza possibile e deve superare dislivelli rilevanti.
- Il pozzo piezometrico fa da raccordo delle due condotte: di solito ha uno sviluppo limitato ma sezione quasi sempre maggiore della galleria.
- La perturbazione del moto nasce a seguito del movimento degli organi otturatori che sono subito a monte della turbina e sono in grado di intercettare in pochi secondi tutta la portata.

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Oscillazioni di massa



Sezione impianto idroelettrico di Lasa-Martello

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Moto vario delle correnti in pressione

- Tale manovra viene schematizzata come brusca anche se in realtà non lo è mai proprio per la meccanica dei mezzi utilizzati.
- In t=0 quindi si blocca la turbina e la V=0; se suppongo il liquido indeformabile tutto il fluido si deve fermare istantaneamente. Questo non è vero e in un intervallo dt si blocca solo una ds subito a monte dell'otturatore.
- Applicando il teorema dell'impulso della q.d.m. si dimostra che la pressione passa da P_0 a regime a $P_0+\Delta P$ con

$$\Delta P = V_0 \rho a$$

V_0=velocità in condizioni di regime

a=velocità di propagazione della perturbazione circa pari a 1000m/s

Formula di Joukoski

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Moto vario delle correnti in pressione

•Se considero la condotta come rigida:

$$a = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^{8}}{10^{2}}} \cong 1,41 \cdot 10^{3} \cong 1410 \quad \frac{m}{s}$$

=velocità di propagazione del suono in acqua.
ε = modulo di comprimibilità cubica dell'acqua;
ρ = densità dell'acqua.

•Se considero la condotta come deformabile a è minore:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon}{E} \cdot \frac{D}{s}}}$$

per tubazione circolare

E = modulo di Young di elasticità;
D = diametro;
s =spessore.

<u>I materiali plastici sono meno sensibili al fenomeno del colpo d'ariete poiché hanno E minore e quindi a minore.</u>

Moto vario delle correnti in pressione

- In realtà la condotta è deformabile per cui parte dell'energia viene spesa per deformare la condotta (per tubi in acciaio è circa 1000 m/s).
- Spesso si preferisce esprimerla come altezza d'acqua:

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{V_0 \rho a}{\gamma} = \frac{V_0 a}{g} = \frac{1000\frac{m}{s}4\frac{m}{s}}{9.81\frac{m}{s^2}} \cong 400m$$

- Tale sovrapressione si propaga in pochi secondi all'estremità di monte della condotta forzata.
- Il pozzo piezometrico si comporta come un serbatoio di grande capacità, mantenendo praticamente costante la pressione nella sezione iniziale della condotta forzata cosicchè la perturbazione in arrivo subisce una riflessione negativa e ridiscende verso l'otturatore.

Moto vario delle correnti in pressione

- Tale fenomeno, noto come colpo d'ariete, assume importanza preponderante nella condotta forzata e si può ritenere esaurito nell'arco di un breve intervallo di tempo durante il quale, come già detto, il serbatoio evita la propagazione di tale fenomeno nella galleria.
- Al termine di questo periodo nella condotta forzata può ritenersi stabilita la nuova portata di regime dell'impianto, mentre nel sistema galleria-pozzo piezometrico sussistono ancora le condizioni di regime preesistenti alla manovra. Il sistema stesso non è equilibrato e tende a portarsi verso la nuova situazione di regime. Ciò avviene attraverso un fenomeno di moto vario differente da quello del colpo d'ariete.
- Il pozzo piezometrico assume la funzione di un polmone in grado di accogliere oppure cedere la differenza tra la portata della galleria e quella della condotta, variando contemporaneamente il suo livello d'acqua e quindi il dislivello disponibile per il movimento della corrente nella galleria.

Oscillazioni di massa

→ Il sistema per riequilibrarsi provoca un deflusso di acqua dal pozzo al serbatoio che fa in modo che il livello del pozzo diventi minore di quello del serbatoio.

→ Siamo di nuovo in disequilibrio per cui si ha di nuovo un movimento di fluido verso il pozzo.

→ L'oscillazione andrebbe avanti all'infinito se non ci fossero perdite.

→ Dobbiamo determinare Zmax e Zmin perché:

1. Zmax condiziona l'altezza del pozzo piezometrico e ad esso corrisponde la massima pressione che si stabilisce in galleria e sulla base della quale si effettua il calcolo statico relativo al rivestimento della galleria stessa;

2. Zmin non deve essere inferiore al livello di base del pozzo per evitare l'ingresso di aria nella condotta.

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Moto vario delle correnti in pressione

- Le vicende del sistema galleria-pozzo sono abbastanza lente, essendo connesse soprattutto agli spostamenti del livello liquido nel pozzo; ciò significa che le perturbazioni che traggono origine da questi spostamenti hanno un tempo di propagazione che è molto piccolo rispetto a quello delle variazioni di livello che le determinano e perciò si può ammettere con sufficiente attendibilità che la loro celerità sia infinita e cioè ritenere che il liquido sia incomprimibile e la galleria sia indeformabile.

Pozzi piezometrici

- Il processo di moto vario nel sistema galleria in pressione-pozzo piezometrico a seguito di una qualsiasi manovra dell'otturatore può essere trattato ammettendo l'incomprimibilità del liquido e l'indeformabilità della condotta forzata ed inoltre, salvo casi eccezionali, come se la condotta forzata non esistesse e l'organo di intercettazione della portata fosse posto immediatamente a valle del pozzo piezometrico.

Oscillazioni di massa

<u>Ipotiziamo</u>:

- che la posizione degli organi di chiusura sia proprio sotto al pozzo piezometrico;
- a t=0 il fluido a valle del pozzo è fermo poiché è avvenuta la chiusura istantanea della valvola;
- che la superficie del serbatoio sia infinitamente grande da poter trascurare le sue variazioni di livello;
- che la lunghezza della galleria sia molto grande rispetto a quella del pozzo piezometrico, in modo che l'inerzia della massa liquida in questo contenuta possa essere trascurata senza sensibile errore rispetto a quella della massa liquida che occupa la galleria;

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Oscillazioni di massa

- che la velocità dell'acqua nel pozzo sia limitata e perciò si possa ritenere trascurabili sia la corrispondente altezza cinetica, sia la resistenza opposta dalle pareti del pozzo; ciò comporta che la pressione alla base del pozzo è quella idrostatica corrispondente, istante per istante, al livello liquido;
- che la condotta sia indeformabile;
- che il moto nella galleria sia, in ogni istante del transitorio, puramente turbolento. Le perdite continue, come tutte quelle localizzate lungo la galleria, sono perciò proporzionali al quadrato della velocità e il complesso di tutte le perdite di carico fra il serbatoio e la sezione della galleria sotto il pozzo può essere espresso da una relazione del tipo: $$Y = \alpha V^2$$

con α che dipende dalle dimensioni geometriche del sistema e dalla scabrezza delle pareti ed è costante durante tutto il transitorio e V velocità media nella galleria.

Oscillazioni di massa

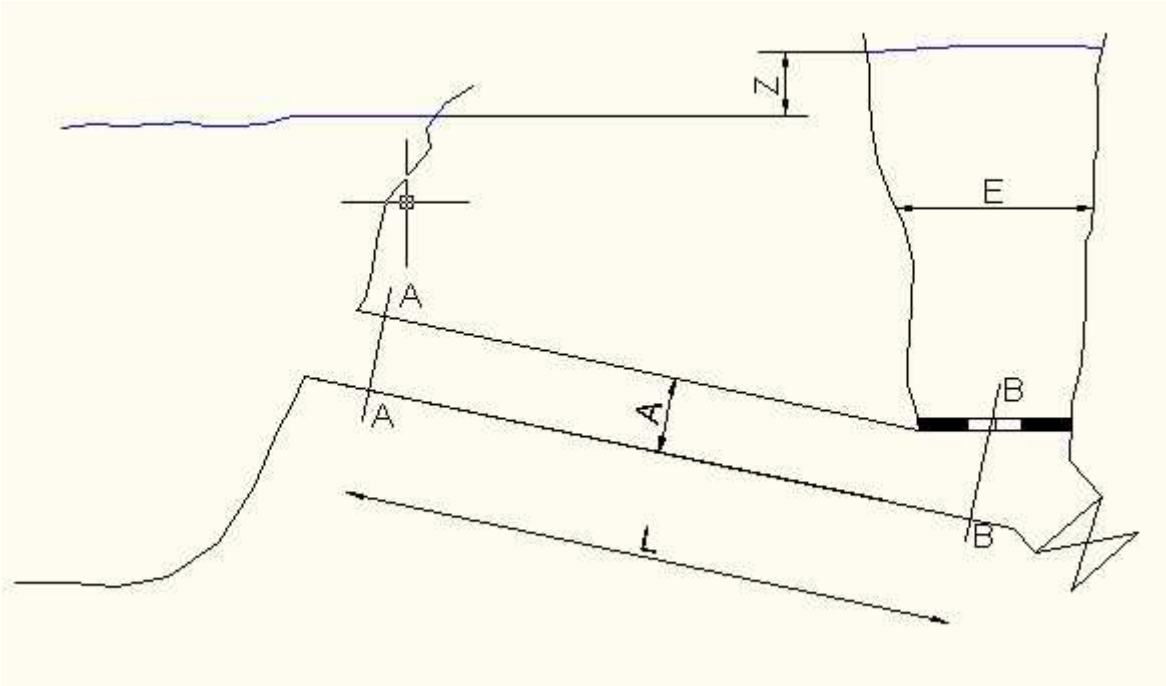
- che le perdite di carico attraverso l'eventuale strozzatura posta alla base del pozzo siano di tipo localizzato e perciò proporzionali al quadrato della portata di progetto che passa attraverso la strozzatura stessa e possano essere espresse da una relazione del tipo

$$K = \beta Q_p^{\ 2}$$

con β coefficiente che dipende dalle dimensioni e dalla forma della strozzatura.

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI

Oscillazioni di massa



DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Oscillazioni di massa

- Consideriamo la corrente in galleria tra due sezioni poste subito all'inizio della galleria e all'imbocco del pozzo. In un generico istante del transitorio in cui il moto è diretto dal serbatoio al pozzo le eq. che governano il moto sono:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial H}{\partial x} + \dfrac{\beta}{g}\dfrac{\partial V}{\partial t} + J = 0 \\ \dfrac{\partial Q}{\partial s} = \dfrac{\partial (AV)}{\partial s} = V\dfrac{\partial A}{\partial s} + A\dfrac{\partial V}{\partial s} = 0 \end{cases}$$

A non può variare nello spazio perché la sezione è costante.

Oscillazioni di massa

- Dall'eq. di continuità si ottiene che la velocità media è cotante istante per istante per tutta la galleria:

$$\frac{\partial V}{\partial s} = 0$$

- Dall'eq. del moto, posto β=1, si ricava:

$$H_B - H_A + \frac{L}{g}\frac{dV}{dt} + LJ = 0$$

Oscillazioni di massa

- Indichiamo con Hs la quota del pelo libero nel serbatoio e con Z la quota del livello nel pozzo riferita a quello nel serbatoio, risulta:

$$H_A = H_S - Y'$$

con Y' perdite di carico all'imbocco e

$$H_B = H_S + Z + K;$$

Sostituendo nell'eq. del moto si ottiene:

$$\frac{L}{g}\frac{dV}{dt} + Z + Y + K = 0$$

con Y=Y'+LJ
complesso di tutte le perdite in galleria.

Oscillazioni di massa

Se si considerasse invece un istante nel quale il moto è diretto dal pozzo al serbatoio, si otterrebbe una relazione del tutto identica ad eccezione del cambiamento di segno dei termini rappresentativi delle perdite di carico. In forma generale possiamo scrivere:

$$\frac{L}{g}\frac{dV}{dt} + Z \pm Y \pm K = 0$$

Esplicitando i due termini Y e K secondo le formule citate si ottiene:

$$\frac{L}{g}\frac{dV}{dt} + Z \pm \alpha V^2 \pm \beta Q_p^2 = 0$$

Oscillazioni di massa

- L'area orizzontale del pozzo è in generale funzione della quota Z, quindi l'eq. di continuità dei volumi al nodo galleria-pozzo-condotta può essere scritta come:

$$\sum dZ = (Q - Q_c)dt = Q_p dt$$

con Q portata nella galleria e Qc nella condotta;

- L'insieme delle due eq. identificate non è integrabile in termini finiti per cui è necessario procedere all'integrazione per differenze finite.

<u>Con l'ipotesi di pozzo a sezione costante, di perdite nulle in galleria e manovra di chiusura istantanea analizziamo ora il caso di pozzo con strozzatura alla base.</u>

Oscillazioni di massa

- L'introduzione di una strozzatura alla base del pozzo ha lo scopo di determinare delle resistenze aggiuntive che intervengono solo in caso di regime di moto vario:

$$\begin{cases} \dfrac{L}{g}\dfrac{dV}{dt} + Z \pm \beta Q^2 = 0 \\ \sum \dfrac{dZ}{dt} = Q \end{cases}$$

- All'istante iniziale t=0, l'intera portata Q_0 entra nel pozzo e la perdita di carico nella strozzatura vale

$$K_0 = \beta Q_0^{\ 2}$$

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Oscillazioni di massa

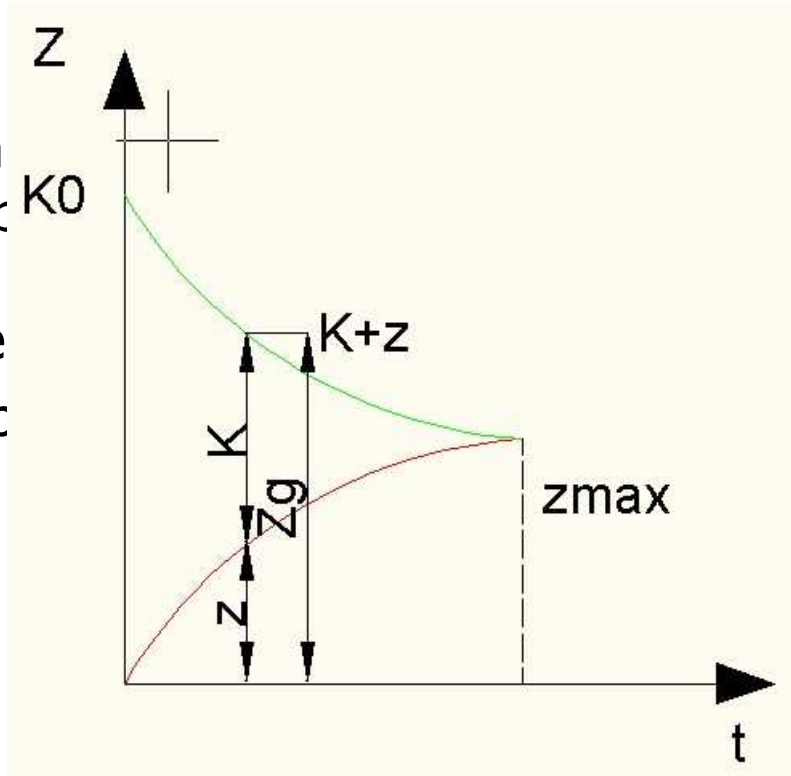
- Il livello nel pozzo non ha ancora mutato la sua posizione e perciò è Z=0, mentre il carico in galleria ha valore:

$$Z_g = K_0 = \beta Q_0^2$$

- Quando il livello n
massima quota, la p
nulla e il carico in
sopraelevamento ne
- Se la strozzatura è p

$$K_0 > Z_{max}$$

galleria sottoposta a forti pressioni (superiori a Zmax)



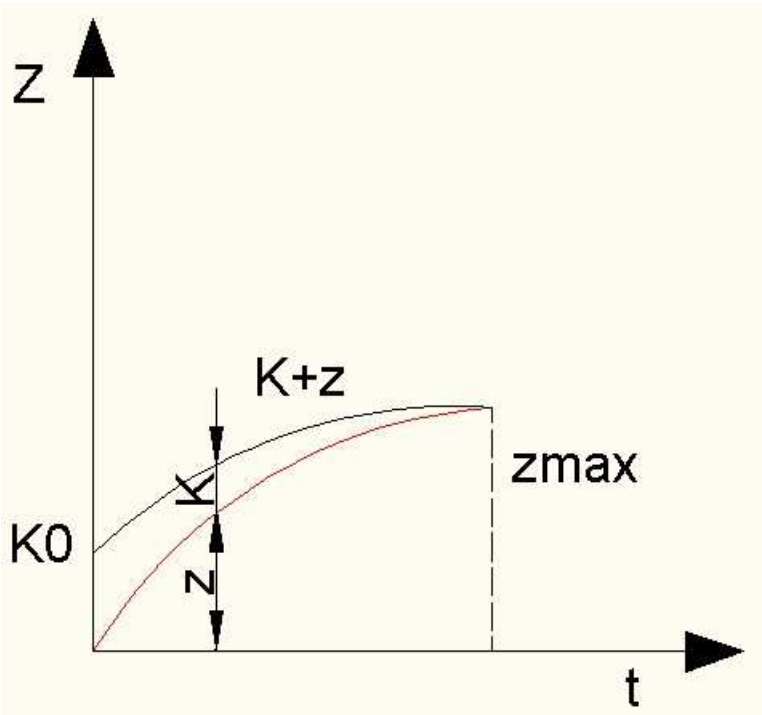
DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Oscillazioni di massa

- Se la strozzatura è grande (modeste perdite di carico)

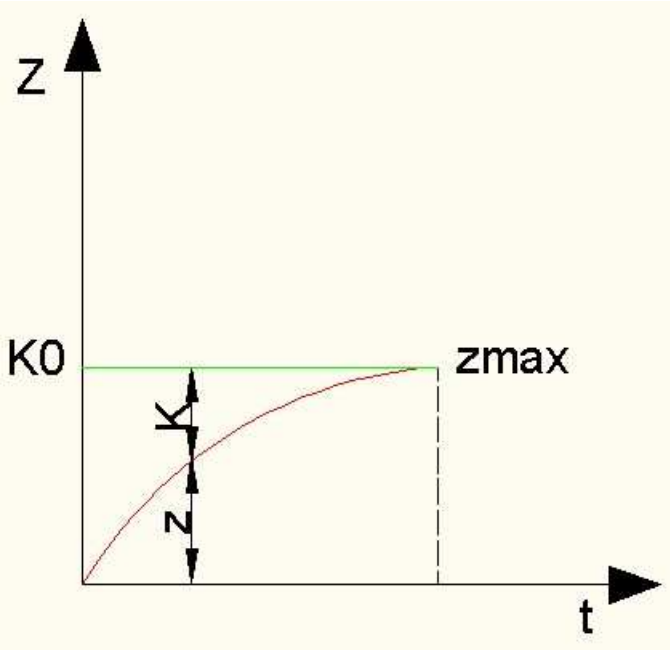
$$K_0 < Z_{max}$$

galleria sottoposta a pressioni sempre inferiori a Zmax



Oscillazioni di massa

- Siamo interessati a trovare un valore basso di z+K.
- Si definisce STROZZATURA OTTIMA il valore di K+Z costante nel tempo che produce il minimo valore di pressione in galleria alla base del bozzo.



$K+Z=cost.=K_0=Z_{max}$

Ricorda trattazione totalmente anelastica cioè ignoro:

- comprimibilità del fluido
- comprimibilità delle condotte
- comprimibilità del pozzo

Oscillazioni di massa

- La pressione in galleria raggiunge subito il valore Zmax e lo mantiene per tutta la durata dell'innalzamento del livello nel pozzo: la pressione in galleria è sempre la stessa e la strozzatura ha buona efficacia.

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Oscillazioni di massa

Posso scrivere le eq. che governano il movimento del fluido come:

$$\begin{cases} \dfrac{L}{g}\dfrac{dV}{dt} + Z_{max} = 0 \\ \sum \dfrac{dZ}{dt} = VA \end{cases}$$

+ perché il moto è dal serbatoio al pozzo

Integrando l'eq. del moto:

$$V = -\frac{g}{L} Z_{max} t + \cos t.$$

Considerando le condizioni iniziali $V=V_0$ a $t=0$:

$$V = V_0 - \frac{g}{L} Z_{max} t$$

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Oscillazioni di massa

Posso scrivere l'eq. di continuità come:

$$\sum \frac{dZ}{dt} = VA$$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{VA}{\sum}$$

Sostituendo l'espressione di V ricavata dall'eq. del moto ottengo:

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{A}{\sum}\left(V_0 - \frac{g z_{\max} t}{L}\right)$$

Integrando considerando che a t=0 Z=0 ottengo:

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Oscillazioni di massa

$$Z = \frac{A}{\Sigma}\left[V_0 - \frac{gZ_{\max}}{2L}t\right]t$$

All'istante di massima sopraelevazione Z=Zmax e V=0, per cui dalla espressione precedente, sostituendo trovo il tempo al quale si verifica la Zmax:

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{A}{\Sigma}\left(V_0 - \frac{gz_{\max}t}{L}\right)$$ dato che $$\frac{dZ}{dt} = \frac{VA}{\Sigma} \Rightarrow \Sigma = \frac{VAdt}{dZ}$$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{A}{VA\frac{dt}{dZ}}\left(V_0 - \frac{gz_{\max}t}{L}\right) \Rightarrow \bar{t} = \frac{V_0 L}{gz_{\max}}$$

Sostituendo tale valore nella eq. sopra di Z, troviamo il valore di Zmax:

$$z_{\max} = \frac{A}{\Sigma}\left(V_0 - \frac{gz_{\max}}{2L}\frac{V_0 L}{gz_{\max}}\right)\frac{V_o L}{gz_{\max}}$$

DICAM
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Oscillazioni di massa

$$z_{max} = \frac{A}{\Sigma}\left(\frac{V_0}{2}\right)\frac{V_o L}{g z_{max}}$$

$$z_{max} = \frac{V_o}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{AL}{g\Sigma}}$$

Pozzo con strozzatura ottima

Dimostra che a parità di area il sopraelevamento zmax è minore di un fattore 1/(radq2).

Noto Zmax ho anche K_0.

Facendo un procedimento analogo ricavo zmin.

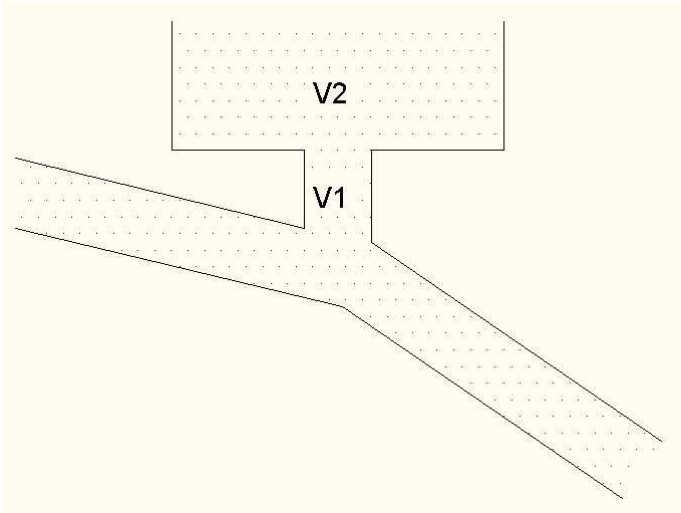
$$z_{max} = V_0\sqrt{\frac{AL}{g\Sigma}}$$

Pozzo senza strozzatura

Oscillazioni di massa

- Se uso una strozzatura semplice la perdita di carico può essere ottenuta tramite questa formula:

$$K_0 = \frac{(V_2 - V_1)^2}{2g}$$



- Assegnato K_0 e noto V_2 ricavo V_1 e quindi la sezione della strozzatura.
- Se zmax e zmin sono eccessivi vado ad aumentare la sezione del pozzo per ridurli.